PLANEA | unicef

MINISTERIO DE EDUCACIÓN | Córdoba GOBIERNO DE LA PROVINCIA | Hacer para crecer

¿Qué sentido tiene imaginar algo que no se puede ver ni tocar

MATEMÁTICA

· 4.° año · CICLO SUPERIOR ·
EDUCACIÓN SECUNDARIA



Martín Llaryora | Gobernador
Myrian Prunotto | Vicegobernadora
Horacio Ademar Ferreyra | Ministro de Educación
Victoria Flores | Secretaria General de Ambiente, Economía Circular y Biociudadanía
Luis Sebastián Franchi | Secretario de Educación
Andrea Fessia | Subsecretaria de Coordinación Educativa
Gabriela Cristina Peretti | Secretaria de Innovación, Desarrollo Profesional y Tecnologías en Educación
Nora Esther Bedano | Secretaria de Coordinación Territorial
Claudia Amelia Maine | Secretaria de Fortalecimiento Institucional y Educación Superior
Lucía Escalera | Subsecretaria de Administración

Director General de Educación Técnica y Profesional | Diego Suarez
Directora de Desarrollo Curricular y Acompañamiento Institucional | Natalia Paola González

Coordinación General
UNICEF
Cora Steinberg | Especialista en Educación
Ornella Lotito | Oficial de Educación
Aldana Morrone | Coordinadora PLaNEA
FLACSO Argentina
Sandra Ziegler | Coordinadora General
Graciela López López | Coordinadora Operativa

Coordinación de escritura del proyecto
Andrea del Valle Montbrun | Dirección General de Educación Técnica y Formación Profesional
Autoras · Docentes de Escuelas Secundarias con Formación Profesional
María Eugenia Cuello | ESFP Alta Gracia
Claudia Anahí Guerrero | ESFP San Jorge
Vanesa Laura Profetto | ESFP Villa de las Rosas

Colaboración pedagógica
Ederd del Valle Picca | Equipo Curricular de Dirección de Desarrollo Curricular y Acompañamiento Institucional
Marcela Quinteros | Equipo Técnico de Dirección General de Educación Técnica y Formación Profesional

Asesora Pedagógica UNICEF/ FLACSO
Laura Pezzatti

Gestión y producción de materiales educativos · Dirección de Desarrollo Curricular y Acompañamiento Institucional
Carolina Cena y Julieta Moreno | Coordinación de producción de materiales educativos
Renata Malpassi | Diseño gráfico y editorial
Sofía López y Lorena Vignolo | Edición
Sandra Curetti y Victoria Picatto | Corrección de estilo

Cómo citar este material:
Córdoba. Ministerio de Educación y UNICEF. (2026). *¿Qué sentido tiene imaginar algo que no se puede ver ni tocar? Proyecto Matemática*. PLaNEA.

Este documento fue elaborado en el marco del acuerdo de trabajo y asistencia técnica entre UNICEF y el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

Agradecemos las imágenes utilizadas en este material al equipo de comunicación y prensa de la Secretaría de Innovación, Desarrollo Profesional y Tecnologías en Educación.

¿Qué sentido tiene **imaginar algo** que no se puede **ver ni tocar**?

MATEMÁTICA

· 4.° año · CICLO SUPERIOR ·
EDUCACIÓN SECUNDARIA

PLANEA | unicef

MINISTERIO DE EDUCACIÓN | Córdoba GOBIERNO DE LA PROVINCIA Hacer para crecer

ÍNDICE DE CONTENIDOS

· 5 Introducción

· 6 Aprendizajes y contenidos e indicadores de logro

· 7 Prácticas de evaluación

· 8 Agenda del proyecto

Introducción

La historia de la humanidad está marcada por avances que han roto las barreras de lo imposible. Desde tiempos remotos, la matemática y la filosofía se han entrelazado en una danza de descubrimientos, creando —casi como un acto de rebeldía— nuevas formas de entender y construir el mundo. Este proyecto nace de esa misma chispa: imaginar lo que no se ve, lo que no se toca, pero que transforma profundamente nuestra realidad.

A menudo, se dice que las ciencias duras no logran despertar el interés de las/os estudiantes de Educación Secundaria. Pero, ¿es esto realmente cierto? ¿O será que aún no hemos encontrado el puente entre sus inquietudes y el universo abstracto que les proponemos? Nos preguntamos cómo generar clases donde todas/os se involucren, el entusiasmo inicial no se disipe y la pregunta que guíe el aprendizaje surja desde ellas/os, no de nosotras/os como docentes.

La presente propuesta parte de una pregunta filosófica: **¿qué sentido tiene imaginar algo que no se puede ver ni tocar?** Desde allí, se adentrará en el fascinante mundo de los números complejos, una de las áreas más asombrosas de la matemática. Nacidos de una aparente contradicción —la raíz cuadrada de un número negativo—, los números complejos no sólo resolvieron problemas imposibles en su época, sino que abrieron puertas a mundos invisibles, donde la geometría, el álgebra y la física se entrelazan con una elegancia casi artística.

A lo largo del recorrido, las/os estudiantes serán protagonistas de una experiencia que desafía el pensamiento lógico e intuitivo. Construirán su propia "Biblioteca de los imposibles", un espacio en el que se registrará el origen y la evolución de los números complejos, y se evidenciará cómo la matemática logra hacer posible lo imposible y real lo imaginario.

El camino a recorrer busca enseñar contenidos y provocar, además, una transformación, haciendo que la imaginación matemática se revele como una herramienta poderosa para expandir los límites de lo que consideramos "real". Porque en matemática, como en la vida, lo que imaginamos puede ser más verdadero de lo que creemos.

Aprendizajes y contenidos e indicadores de logro

Los aprendizajes y contenidos que aborda el proyecto están centrados en álgebra y funciones:

Reconocimiento de la insuficiencia de los números reales para resolver ecuaciones del tipo $x^2 + a = 0$, $a > 0$.

Los **indicadores de logro** son **algunas** escenas que expresan acciones de las/los estudiantes y permiten evidenciar su proceso de aprendizaje. Otros surgirán en cada contexto.

Indicadores de logro

- Justifica la imposibilidad de encontrar un número real que verifique $x^2 = -a$ con a positivo.
- Interpreta la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$ como solución de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
- Interpreta la extensión del conjunto de números reales a los números complejos a partir de la representación binómica $a + bi$.
- Reconoce y justifica la equivalencia entre las distintas representaciones de un número complejo: forma binómica $(a + bi)$ y par ordenado.

Uso de la suma, la resta y la multiplicación con números complejos.

Indicadores de logro

- Produce, explica y compara procedimientos de cálculo, propios y de otros/as, para la suma y resta de números complejos expresados en forma binómica.
- Justifica el uso de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y resta para el cálculo de producto de dos números complejos expresados en forma binómica.

Prácticas de evaluación

Elaboración del producto final

Imaginen que son parte de la "Biblioteca de los imposibles" de Leibniz y están viviendo en el siglo XV. Su misión: crear su propia versión de esta biblioteca, en la que se cuente la historia de los números imaginarios y complejos desde sus orígenes, ya sea recreando la historia conocida o inventando desafíos matemáticos que involucren este contenido. En esta creación, es importante que consideren los conocimientos de esa época. Les dejamos algunas opciones posibles, para que las tengan en cuenta:

- Crear una historieta semejante con los avances tecnológicos actuales y hacer un paralelismo entre el siglo XV y el siglo XXI.
- Escribir un ensayo de por lo menos 3 (tres) páginas (con las características propias de este género discursivo), que incluya las demostraciones adecuadas.

Es importante que cada presentación contenga una evidencia que responda a:
- cómo cambió para ustedes la idea de número,
- qué les sorprendió más y dónde creen que puede usarse en la vida real o simbólica,
- una analogía (pueden crear uno o varios personajes),
- argumentos y demostraciones matemáticas.

A continuación, a modo de ejemplo, compartimos una biblioteca posible (la segunda columna es una guía para las/os docentes). Las actividades que se les plantean a las/os estudiantes constituyen un desafío para que investiguen, intenten resolver y registren sus conclusiones.

Estante/ Libro	Contenido matemático	Actividad propuesta
1. El libro de lo imposible posible	Origen de los números imaginarios: $i = \sqrt{(-1)}$.	Resolver $x^2 + 1 = 0$.
2. El diccionario de lo imaginario	Definición de número complejo: $z = a+bi$.	Clasificar: reales, imaginarios y complejos.
3. El atlas de las dos dimensiones	Representación en el plano complejo (Argand).	Graficar 2+3i, -1+4i, 3-2i.
4. El manual de operaciones imposibles	Suma, resta, multiplicación y división de complejos.	Calcular (2+3i)+(1-4i), (2+i)(3-2i).
5. El grimorio de las magnitudes ocultas	Módulo $\|z\| = \sqrt{(a^2+b^2)}$ y argumento θ.	Hallar módulo y argumento de 3+4i.

Estante/ Libro	Contenido matemático	Actividad propuesta
6. El libro de las transformaciones mágicas	Forma polar: z = r(cosθ + i·sinθ).	Pasar de binómica a polar.
7. El pergamino de las potencias infinitas	Teorema de Moivre.De	Calcular (1+i)^4.
8. El libro de aplicaciones ocultas	Usos: electricidad, ondas, fractales, gráficos.	Investigar un ejemplo y "traerlo a la biblioteca".
9. El códice de los fractales infinitos	Conjunto de Mandelbrot y Julia https://youtu.be/G1NPSubt8Xo	Observar un fractal en GeoGebra o simulador *online*.

Agenda

Semana 1 · ¿Qué es lo visible y lo invisible?

Objetivos

- Inicio. Presentación del proyecto
- **La "Biblioteca de los imposibles"**. Actividad para estudiantes
- Para la/el docente
- Puesta en común

Semana 2 · ¿Lo que no es visible es imaginario?

Objetivos

- **El desafío de las potencias de i**. Actividad para estudiantes
- Explicación del juego y su dinámica
- Puesta en común

Ticket de salida. Actividad de metacognición

Semana 3 · El poder de la imaginación, ¿puede ampliar nuestra realidad o la limita?

Objetivos

- **El mapa de los imposibles.** Actividad para estudiantes
- Puesta en común
- Sugerencias para la/el docente
- Actividad de metacognición

Semana 4 · Lo que no podemos imaginar con facilidad, ¿existe igual en matemática o existe en matemática porque lo pudimos imaginar?

Objetivos

- **El arte de operar lo imposible.** Actividad para estudiantes
- Para la/el docente
- Los secretos matemáticos de la “Biblioteca de los imposibles”. Actividad
- **Elaboración del producto final.** Actividad para estudiantes

Semana 1 · ¿Qué es lo visible y lo invisible?

Objetivos

- Reconocer la insuficiencia de los números reales para resolver ecuaciones del tipo $x^2 + a = 0$, $a > 0$.
- Ampliar el campo numérico conocido, tomando decisiones con argumentos válidos.

Inicio: Presentación del proyecto

Objetivos generales

- Reconocer la insuficiencia de los números reales para resolver ecuaciones del tipo $x^2 + a = 0$, $a > 0$.
- Usar números reales y complejos en situaciones que se modelizan a través de ecuaciones y progresiones numéricas.
- Operar con números complejos.
- Tomar decisiones con argumentos válidos y comunicar de manera clara sus ideas.

Para dar inicio al desarrollo de este proyecto con el grupo de estudiantes, resulta relevante compartir los objetivos generales, resumir el recorrido y abrir una conversación grupal a partir de las siguientes preguntas:

¿Qué sentido tiene imaginar algo que no se puede ver ni tocar?
¿Qué entendemos por "realidad"?
¿Cómo la imaginación puede crear cosas que antes no existían en la realidad física?

"Biblioteca de los imposibles"

· Actividad para estudiantes

Tiempo estimado: dos o tres módulos de 40 minutos.

Consigna

Lean el texto que aparece a continuación como si fuera una anécdota:

"Biblioteca de los imposibles"

Se dice que Gottfried Wilhelm Leibniz, filósofo y matemático, tenía un hábito peculiar: cada vez que encontraba algo que parecía ilógico o imposible, lo escribía igual... y lo guardaba en una caja especial que llamaba "Biblioteca de los imposibles".

Un día, mientras revisaba una vieja ecuación enviada por un colega italiano, leyó lo siguiente:
"x= raíz cuadrada de menos 1".
Leibniz sonrió.
—Una raíz negativa... ¡Qué bella locura!
Uno de sus alumnos se atrevió a preguntar:
—Maestro, ¿no es eso un absurdo?
Leibniz respondió:
—Tranquilo.
El alumno insistió:
—¿Entonces estos números existen?
Y Leibniz, tras un breve silencio, dijo.....

Continúen el texto imaginando qué respondió Leibniz y cómo siguió la conversación con su estudiante.

Para la/el docente

La idea de esta lectura es invitar a las/os estudiantes a explorar el fascinante mundo de los números complejos, partiendo de una pregunta provocadora: ¿existe lo imposible? A través de un viaje que abarca desde la revisión de conceptos básicos hasta la inmersión en la historia y las aplicaciones de estos números, descubrirán cómo la matemática ha expandido sus horizontes para resolver problemas que antes parecían inabordables. El objetivo es fomentar el pensamiento crítico y la curiosidad, demostrando que aquello que se considera imposible en un contexto, puede ser perfectamente posible en otro, abriendo así nuevas perspectivas en la resolución de problemas científicos y tecnológicos.

Es conveniente recordarles a las/os estudiantes lo "imaginario" que tenía la caja negra que vieron el año anterior, en el documento *Tercer año. Matemática. Proyecto 2*, de UNICEF-PLaNEA (2020), cuando abordaron el concepto de "función lineal". Luego de la lectura, surgirán muchos interrogantes, por ello, es importante ordenar esas inquietudes en una guía que responderán en grupos.

Puesta en común

El propósito de esta puesta en común es reflexionar sobre diferentes puntos de vista para ampliar los conocimientos, a través de los distintos argumentos que surjan, tomando la lectura como punto de partida. La/el docente invitará a las/os estudiantes a pensar acerca de los interrogantes que se sugieren a continuación:

1. ¿Qué creen que quiso decir Leibniz cuando afirmó que en su biblioteca había espacio para los "libros imposibles"? (pueden tener en cuenta ideas como lo absurdo, lo aún no descubierto, la imaginación, entre otras).
2. ¿Qué significa, para ustedes, que algo sea "imposible" en matemática? Ese "imposible", ¿puede cambiar con el tiempo? Piensen en que, quizás, lo que hoy no se pueda hacer, mañana sí.
3. ¿Podría un "número imposible" ayudarnos a entender mejor el mundo? Fundamenten su respuesta. Piensen en ejemplos o situaciones de la vida real.
4. ¿Algo de lo trabajado hoy les generó sorpresa? ¿Hubo algo que desafió lo que pensaban sobre la matemática o los números?

Lo que no es visible

· Actividad para estudiantes

Tiempo estimado: dos o tres módulos de 40 minutos.

Consigna

Propongan a las/os estudiantes la lectura del texto *El enigma del prisionero imaginario*, de Flood y Dresher (1950), inspirado en la historia real de Cardano.

El enigma del prisionero imaginario

En la Italia del siglo XVI, Girolamo Cardano —matemático, astrólogo y médico— se enfrentaba a un dilema perturbador. Un joven discípulo le había traído un problema de álgebra: encontrar dos números que, multiplicados, dieran 40, pero cuya suma fuera 10.

Cardano lo resolvió con maestría. Pero entonces se le presentó un desafío aún más desconcertante: una ecuación que parecía no tener solución:

$x^2 = -15$

Era como si la realidad matemática misma se negara a colaborar. ¿Cómo podía un número multiplicado por sí mismo dar un número negativo?

A partir de esta lectura, se sugieren algunas preguntas que pueden ir agregándose a la "Biblioteca de los imposibles".

Preguntas para pensar:

Cuando resolvieron el problema de Cardano, ¿qué ideas o estrategias se les ocurrieron primero? ¿Qué pasos siguieron para intentar entenderlo o encontrar una solución?

Al pensar en los "imposibles" de Leibniz, ¿cómo creen que se conectan con lo que vieron en el problema de Cardano?, ¿por qué creen que algunos conceptos matemáticos, que antes parecían imposibles, terminaron siendo útiles?

Si tuvieran que darle una recomendación a una/un amiga/o sobre cómo encontrar soluciones a este tipo de ecuaciones, ¿qué le dirían? Si les pidieran un consejo sobre cómo resolver ecuaciones que parecen no tener solución, ¿qué recomendarían? ¿Qué actitud o forma de pensar les ayudaría a no rendirse y seguir buscando caminos posibles?

Sugerencias para la/el docente

Invitar a las/os estudiantes a reflexionar sobre qué significa "existir" en matemática. ¿Puede algo ser útil sin ser tangible? ¿Qué otros conceptos matemáticos nacieron como "ficciones útiles"(como los infinitesimales o el infinito)?

Ejemplos que pueden ser útiles para una mejor identificación del concepto:

Situación cotidiana. Cuando revisan la cuenta bancaria y tienen una deuda, el saldo puede mostrar $–5000 .
Reflexión. No existen $–5000 físicamente (no se puede tener billetes negativos), pero el concepto es útil para representar que se debe dinero.
Algo que no existe materialmente, pero que tiene sentido y aplicación real.

Situación cotidiana. Cuando dicen “las estrellas son infinitas” o “podríamos seguir contando para siempre”.
Reflexión. Nadie ha visto o tocado nunca el infinito, pero es esencial en matemáticas para describir procesos sin límite (como una recta que no termina o una secuencia que sigue creciendo).
El infinito no existe físicamente, pero existe conceptualmente.

Situación cotidiana. Cuando dicen “hay un 80% de probabilidad de lluvia”.
Reflexión. Esa probabilidad no es una cosa tangible, sino una manera matemática de expresar la incertidumbre.
Es un concepto abstracto, pero muy útil para tomar decisiones en la vida real.

Mostrar cómo los números complejos se utilizan en ingeniería eléctrica, simulaciones digitales, fractales, y física cuántica, ayuda a las/os estudiantes a entender que lo que parece abstracto, tiene aplicaciones concretas. Una sugerencia puede ser traer ejemplos visuales como fractales generados por conjuntos de Julia o Mandelbrot, y relacionarlos con funciones complejas.

Durante la resolución del problema, es clave permitir que las/os estudiantes exploren estrategias propias, registren sus hipótesis y compartan sus dudas. El momento en que se enfrentan a una raíz cuadrada negativa debe ser aprovechado como disparador para reflexionar sobre los límites del conocimiento y la necesidad de ampliar el universo matemático. La pregunta “¿qué significa que algo exista en matemática?” puede guiar a un diálogo filosófico profundo, en el que se recuperen ejemplos cotidianos como las deudas, el infinito o la probabilidad, mostrando cómo lo intangible puede tener sentido y aplicación real.

Como cierre, se puede proponer que cada estudiante elabore una entrada para la “Biblioteca de los imposibles”, documentando el problema de Cardano, su experiencia al resolverlo, una reflexión sobre la utilidad de lo invisible y una metáfora personal.

Semana 2 · Lo que no es visible, ¿es imaginario?

Objetivo

Descubrir la regularidad escondida en el cálculo de las potencias de i.

El desafío de las potencias de i

· Actividad para estudiantes

Tiempo estimado: tres módulos de 40 min.

Explicación del juego

Antes de jugar, la/el docente presenta la siguiente premisa clave:

"Según Bombelli, $i^2=-1$. Vamos a usar este conocimiento como punto de partida para descubrir cómo se comportan otras potencias de i".

Es importante repasar brevemente las propiedades de la potenciación:

- Potencia de igual base.
- Potencia de una potencia.
- Exponente cero: $i^0=1$ (¡muy importante!).

Materiales

- Tarjetas de potencias de i (por ejemplo: $i^0, i^1, i^2, i^3, i^4, i^5$,...hasta i^{12}, o más).
- Tarjetas con resultados posibles: 1, i,–1, –i.
- Ficha.
- Opcional: fichas o dados para dinamizar el juego.

Se entregan los materiales a las/os estudiantes y se invita a que formen grupos de 3 a 4 integrantes.

Desarrollo y dinámica del juego

Cada estudiante va a tomar una carta potencia por vez, hasta que el equipo complete las 13 cartas del mazo. En el centro de la mesa, se colocan las cuatro cartas con los resultados i, -1,-i,1 a la vista.

Cada grupo tiene su hoja de registro, con un espacio para escribir allí:

Potencia - Cálculo paso a paso - Resultado - Observaciones.

Comienza el juego. Cada equipo debe resolver y registrar lo que vaya sucediendo.

Consigna

- Plantear ecuaciones o descomposiciones para calcular el valor de la potencia que les tocó, utilizando la propiedad de que $i^2=-1$ y potencias de igual base. Ejemplo: $i^5= i^2. i^2.i=(-1).(-1).i=i$.
- Registrar los resultados en la hoja del grupo.
- Una vez registradas varias potencias, buscar patrones (¿se repiten?, ¿cada cuántas potencias obtienen el mismo resultado?).
- ¿Qué sucede si dividen el exponente entre 4?

Reglas

Gana el grupo que:

- Descubra primero el patrón completo.
- Pueda explicar con claridad cómo calcular cualquier potencia de i sin hacer todo el desarrollo.
- Use las tarjetas de resultados correctamente.

Cada vez que un grupo cree haber encontrado el patrón, debe comprobarlo con 3 potencias nuevas al azar.

BONUS: si algún grupo puede explicar por qué el patrón se repite cada 4 potencias, ¡gana un punto extra!

Puesta en común

Tras un debate colaborativo entre los equipos, se sistematizan las conclusiones y estrategias utilizadas para calcular potencias de la unidad imaginaria i. Este espacio de intercambio permite visibilizar regularidades, errores frecuentes y distintas formas de argumentar, favoreciendo el pensamiento crítico y el aprendizaje entre pares.

Es importante el momento de la generalización, para lo cual se pueden proponer interrogantes como: ¿qué patrón aparece al calcular las primeras potencias de i? ¿Cómo podríamos predecir el resultado de cualquier potencia de i sin hacer todos los cálculos?, ¿existe alguna forma rápida o regla que nos permita resolverlo mentalmente?

Ticket de salida 1

· Actividad de metacognición

La/el docente propone consolidar una **regla general para calcular potencias de i**:

Si n es un número natural, entonces $i^n=$

Potencias sucesivas de i:

$i^0 =$

$i^1 =$

$i^2 =$

$i^3 =$

Las/os invitamos a registrar sus ideas, hipótesis y explicaciones en un afiche, como parte de una construcción colectiva del saber. Así, transformaremos lo invisible en visible, lo abstracto en compartido, y lo complejo en significativo.

Les dejamos una pregunta clave que las/os guiará y ayudará a profundizar la reflexión: **¿por qué creen que las potencias de i siguen un patrón tan regular?**



Las imágenes que se encuentran enlazadas en el código QR, fueron realizadas por las autoras con https://www.canva.com/es_419/

Semana 3 · El poder de la imaginación, ¿puede ampliar nuestra realidad o la limita?

Objetivos

- Interpretar la extensión del conjunto de los números reales hacia los números complejos.
- Comprender la representación de los números complejos en la forma binómica a+bi.
- Reconocer y justificar la equivalencia entre las distintas representaciones de un número complejo.
- Relacionar la forma binómica con su representación como par ordenado en el plano.

El mapa de los imposibles

· Actividad para estudiantes

Tiempo estimado: **tres módulos** de 40 minutos.

La actividad que se presenta tiene un carácter lúdico y apunta a pensar, reflexionar y explorar la representación de números complejos en el plano cartesiano, sin esperar que, a partir del juego, las/os participantes demuestren un dominio formal o riguroso de los conceptos matemáticos involucrados.

Desafío 1. El juego perdido de la "Biblioteca de los imposibles"

En lo más profundo de la "Biblioteca de los imposibles" —ese lugar donde los libros no solo se leen, sino que se viven— existe un tomo encuadernado en cuero salado, con páginas que huelen a tormenta y tinta, que se mueven como olas. Nadie sabe quién lo escribió ni cómo llegó allí. Su título, apenas legible entre las grietas del tiempo, dice: *Batalla naval compleja en el Triángulo de las Bermudas*.

Este libro no cuenta una historia real. Es un juego. Un mapa. Un portal.

Al abrirlo, las/os lectoras/es no encuentran palabras, sino coordenadas. No hay capítulos, sino cuadrantes. Cada página es un plano cartesiano y cada número complejo es una nave perdida, un vector que apunta hacia lo desconocido. El origen —ese punto silencioso en el centro del plano— es la Base de Inteligencia Naval, donde todo comienza y donde todo puede desaparecer.

Las/os estudiantes que se atreven a jugar, no aprenden sólo matemática: se convierten en estrategas, navegantes y exploradoras/es de lo invisible. Descubren que los números complejos no son sólo combinaciones de reales e imaginarios: son claves para descifrar movimientos, trayectorias y misterios.

Este juego-libro fue prohibido en algunas escuelas por ser "demasiado envolvente". Se dice que quien lo juegue con atención, puede ver el plano cartesiano como un océano, y los vectores como corrientes que arrastran submarinos hacia dimensiones que únicamente la matemática puede explicar.

Hoy, el libro ha sido reabierto y ustedes están en la primera página.

¿Están listas/os para navegar el Triángulo de las Bermudas con números complejos como los que están en su brújula?

Consigna

Imaginen que son capitanas/es de submarinos, y navegan por el Triángulo de las Bermudas, representado por el plano complejo. Cada submarino tiene una posición dada por un número complejo $z = a+bi$. Deben localizar y atacar las posiciones enemigas usando números complejos. El origen (0,0) representa la base secreta de inteligencia naval desde donde se lanzan los vectores de ataque.

Materiales

- Tablero cuadriculado (puede ser impreso o digital).
- Fichas o marcadores para ubicar submarinos.
- Tarjetas con coordenadas complejas.
- Hoja de registro de ataques.

Desarrollo de la actividad

1. Preparación del tablero

- La/el docente puede aportar a las/os estudiantes un plano impreso; también es posible dibujar un plano cartesiano con eje real (horizontal) y eje imaginario (vertical).
- Cada casilla del plano representa una unidad. Por ejemplo, el número complejo $1 + 2i$ representa una unidad a la derecha y dos unidades hacia arriba desde el origen (0,0).

Si la parte real (el primer número del par ordenado) es positiva, nos movemos hacia la derecha.

Si la parte real es negativa, nos movemos hacia la izquierda.

Si la parte imaginaria (el segundo número del par) es positiva, nos desplazamos hacia arriba.

Si la parte imaginaria es negativa, nos movemos hacia abajo.

2. Ubicación de submarinos

- Cada equipo coloca 3 submarinos en posiciones secretas del plano, representadas por números complejos.
- Ejemplo: Submarino A en $-2+3i$, Submarino B en $4-i$.

3. Ataques

- Los equipos lanzan ataques desde el origen, indicando la coordenada compleja del disparo.
- Si el disparo coincide con la posición de un submarino enemigo, ¡impacto!
- Se pueden permitir ataques por aproximación: si el módulo de la diferencia entre el disparo y la posición del submarino es menor a 1, se considera "daño parcial".

Puesta en común

En este momento, es importante que las/os estudiantes muestren los registros de cada ataque; la trayectoria del disparo desde el origen será el puntapié para institucionalizar el concepto de la representación del número complejo como vector. Según los aprendizajes previos del grupo, se realizará un andamiaje que introduzca el concepto de módulo (longitud).

Sugerencias para la/el docente

Se propone realizar la siguiente pregunta: ¿qué aprendieron sobre los números complejos? Si no surgiera la idea de trayectoria, es posible sugerir que investiguen acerca de qué es un vector.

· Actividad de metacognición

Ficha de personaje

Instrucciones para la/el capitana/án

- Elegí tu posición inicial en el plano complejo.
- Dibujá tu vector desde el origen.
- Registrá cada movimiento como suma de números complejos.
- Usá el plano para lanzar ataques y rastrear enemigos.
- Reflexioná sobre cómo los números complejos te ayudan a navegar este mundo misterioso.

Batalla naval compleja en el Triángulo de las Bermudas

"Biblioteca de los imposibles" – Sección de Juegos matemáticos prohibidos

Identidad de la/del capitana/án

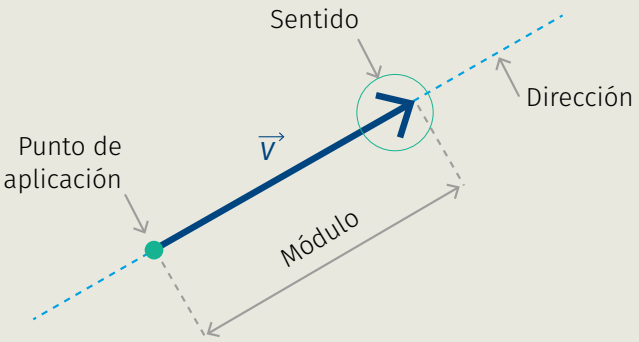
Nombre de la/del capitana/án:
Nombre del submarino:
Color de la nave:
Coordenadas secretas:
Posición inicial del submarino: z =___+___i (por ejemplo: z=3+2i).

Ubicación en el plano:

- Parte real (eje horizontal):
- Parte imaginaria (eje vertical):

Vector de navegación

- Vector desde el origen: dibujá el vector desde (0,0) hasta tu posición en el plano.
- Módulo (longitud del vector):
- Dirección (recta donde se encuentra el vector):
- Sentido (hacia dónde apunta):



Registro de misiones

Turno	Movimiento (suma de complejos)	Nueva posición	¿Hubo impacto?
1			
2			
3			
4			



Notas de la/del capitana/án

Anotá aquí observaciones, estrategias o descubrimientos matemáticos que hayas realizado durante la misión:

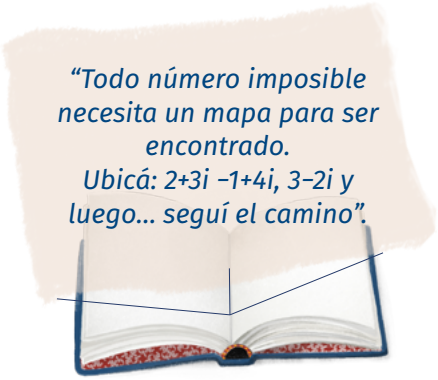
Desafío 2. El mapa del tesoro imposible

Tiempo estimado: dos o tres módulos de 40 minutos.

Introducción:

En una sala olvidada de la "Biblioteca de los imposibles", un grupo encontró un libro cubierto de polvo, con una tapa de cuero oscuro y una única letra grabada en dorado: i.

Al abrirlo, no había palabras. Solo una cuadrícula llena de puntos, como estrellas en un cielo sin nombre. En la esquina inferior, una nota escrita con tinta, que parecía moverse, decía:



Las/os estudiantes se miraron. ¿Qué significaba eso? ¿Cómo se sigue un camino hecho de números que no existen en la recta real?

Fue entonces cuando comprendieron: esos puntos eran coordenadas. Cada número complejo era una ubicación secreta en un mapa. El plano no era solo una cuadrícula: era el **Plano de Argand-Gauss**, un mapa donde los números imposibles se vuelven visibles.

Misión: crear tu mapa del tesoro

Agrupadas/os en duplas, imaginen que son una/un cartógrafa/o y una/un exploradora/or del mundo complejo; su tarea será la que se detalla en las instrucciones que se encuentran a continuación.

Instrucciones para la/el cartógrafa/o

1 · Representá cada número complejo como un punto en el plano.

Parte real → eje horizontal (x)
Parte imaginaria → eje vertical (y)

2 · Convertí cada número en un par ordenado (a,b), donde:

a es la parte real
b es la parte imaginaria

3 · Dibujá el Plano de Argand-Gauss y ubicá los siguientes tesoros:

$Z_1 = 2+3i$
$Z_2 = -1+4i$
$Z_3 = 3-2i$
$Z_4 = -2-i$
$Z_5 = 5$ (solo parte real)
$Z_6 = 3i$ (solo parte imaginaria)

4 · Uní los puntos en el orden que aparecen y descubrí qué figura se forma... ¿Una ruta?, ¿una señal?, ¿una isla?

Para la/el exploradora/or. Ficha de exploración

Completá la tabla con cada número complejo como un par ordenado (a, b):

Número complejo	Parte real (a)	Parte imaginaria (b)	Par ordenado (a, b)
$Z_1=2+3i$			
$Z_2=-1+4i$			
$Z_3=3-2i$			
$Z_4=-2-i$			
$Z_5=5$			

Preguntas para la/el exploradora/or

1- ¿Qué diferencia hay entre un número real y uno complejo en el plano?
2-¿Cómo se ve un número que solo tiene parte imaginaria?
3-¿Qué pasa si un número no tiene parte imaginaria?
4-¿Qué representa el vector desde el origen hasta cada punto?
5-¿Qué creés que representan estos puntos en el mapa del tesoro?

Puesta en común

Se propone que las/os estudiantes compartan las producciones realizadas, comentando cómo representaron los distintos números complejos en el plano cartesiano. La/el docente orienta el intercambio, recuperando las estrategias utilizadas, las coincidencias y diferencias entre los trabajos y las dificultades encontradas al ubicar los puntos. A partir de preguntas orientadoras, como, por ejemplo, ¿qué representa la parte real y la parte imaginaria? ¿Cómo se interpretan los signos en

cada eje? o ¿qué relación existe entre los números reales y los complejos?, se promueve la reflexión colectiva sobre el sentido de la representación gráfica.

En la instancia de institucionalización, la/el docente retoma los aportes de las/os estudiantes y organiza las ideas en un lenguaje matemático más formal. Se explicita que todo número complejo puede expresarse en la forma a+bi, donde "a" corresponde a la parte real y "b" a la parte imaginaria. Se establece que cada número complejo puede representarse en el plano mediante un punto con coordenadas (a, b), en el que el eje horizontal representa los números reales y el eje vertical los imaginarios. Este plano se denomina Plano de Argand-Gauss o plano complejo.

Para finalizar, se elabora de manera colectiva una definición consensuada del número complejo y su representación geométrica. Las/os estudiantes registran las conclusiones en su cuaderno o "Biblioteca de los imposibles", acompañadas de ejemplos y gráficos que consoliden lo aprendido.

Rúbrica de autoevaluación/seguimiento

Esta rúbrica, de realización individual, te invita a reflexionar sobre el propio proceso de aprendizaje, mientras explorás el mundo de los números complejos. No se trata sólo de verificar si "te salió bien" una cuenta, sino de reconocer cómo pensaste, qué estrategias usaste, qué descubriste y cómo conectaste ideas abstractas con situaciones reales o históricas.

Criterio	Avanzado	Logrado	En camino
Identificación del conjunto de números complejos	Reconocí que los números complejos forman un nuevo conjunto que amplía los reales, y comprendí su utilidad para representar situaciones que antes no tenían solución.	Comprendí que los números complejos son distintos de los reales y que se pueden representar en un plano.	Estoy empezando a entender que los números complejos son diferentes, pero necesito más ejemplos para distinguirlos.
Comprensión del plano complejo	Representé con claridad varios números complejos en el plano y expliqué su ubicación como vectores.	Ubiqué correctamente los números complejos en el plano y entendí cómo se relacionan con los ejes.	Reconocí que los números complejos se pueden ubicar en el plano, pero necesito más práctica para hacerlo con seguridad.
Uso del lenguaje simbólico (forma binómica)	Utilicé la forma binómica para expresar, operar y analizar números complejos con fluidez.	Identifiqué y escribí correctamente números complejos en forma binómica.	Comprendo la forma binómica, pero necesito reforzar cómo se escribe y se interpreta.
Interpretación gráfica y simbólica	Conecté la representación gráfica con la simbólica y expliqué cómo se complementan para entender los números complejos.	Relacioné la ubicación en el plano con la forma binómica de cada número.	Estoy empezando a vincular lo que veo en el plano con lo que escribo en símbolos.
Reflexión sobre el aprendizaje	Escribí reflexiones profundas sobre lo que aprendí, cómo lo aprendí y cómo puedo seguir mejorando.	Reflexioné sobre lo que aprendí y lo que me gustaría seguir explorando.	Estoy empezando a pensar sobre lo que aprendí, pero necesito más guía para expresarlo.

Semana 4 · Lo que no podemos imaginar con facilidad, ¿existe igual en matemática o existe en matemática porque lo pudimos imaginar?

Objetivos

- Realizar sumas, restas y multiplicaciones de números complejos, entendiendo la lógica.
- Descubrir, mediante ejemplos y analogías, que la suma solo tiene sentido si se respeta la naturaleza de cada "parte" del número complejo.
- Reflexionar sobre la coherencia matemática: por qué no se puede unir lo "real" con lo "imaginario".
- Resolver problemas inspirados en la "Biblioteca de los imposibles", que impliquen sumas, restas y multiplicaciones de números complejos.
- Crear un producto final que combine investigación histórica, análisis matemático y creatividad, demostrando comprensión de los números complejos y su aplicación.

El arte de operar lo imposible

· Actividad para estudiantes

Tiempo estimado: dos o tres módulos de 40 minutos.

En esta actividad, invitamos a las/os estudiantes a explorar cómo se realizan las operaciones, en este nuevo conjunto numérico, y qué significan realmente. No se trata solo de aplicar fórmulas, sino de comprender por qué.

A lo largo de la historia, la matemática ha sido una herramienta para describir lo que vemos, pero también para imaginar lo que aún no comprendemos. En el siglo XVI, Rafael Bombelli se atrevió a formalizar reglas de cálculo para objetos que, hasta entonces, parecían absurdos: *los numeri più che imaginarii*, hoy conocidos como números complejos.

Rafael Bombelli, en *L'Algebra* (1572), fue el primero en dar reglas de cálculo coherentes, especialmente para la suma y multiplicación de lo que llamó *numeri più che imaginarii*.

En una puesta en común, es posible partir de las siguientes preguntas y reflexionar:

1. ¿Qué pasaría si intentaran sumar directamente la parte real y la parte imaginaria de un número complejo?
2. ¿Por qué creen que los matemáticos decidieron que en los números complejos se suman "reales con reales" e "imaginarios con imaginarios"?
3. ¿Cómo creen que deberíamos multiplicar los números complejos para que se sigan respetando las propiedades?
4. ¿Cómo se relaciona el producto de dos números complejos con el resultado?
5. ¿Podría decirse que la multiplicación de complejos mezcla lo *real* y lo *imaginario* de forma armoniosa, en lugar de confundirlos?, ¿por qué?

Para la/el docente

La suma de números complejos extiende la estructura aditiva de los números reales al plano, manteniendo sus propiedades y permitiendo representar esa operación como una traslación en dos dimensiones. Institucionalizarla implica que las/os estudiantes reconozcan su lógica interna, su representación externa y su valor en el mundo real, es decir que se sumen las partes reales y las imaginarias entre sí, como si fueran componentes de un par ordenado.

En su forma binómica, cada número complejo se expresa como: $z_1 = a+bi$ y $z_2 = c+di$, donde a y b son, respectivamente, la parte real y la parte imaginaria de z_1, y c y d las de z_2. Esta estructura muestra que los números complejos pueden representarse como pares ordenados (a, b), lo que permite definir operaciones que conservan las propiedades del sistema de los números reales.

Al sumar dos números complejos, se suman sus componentes por separado:

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Esta regla refleja que, al sumar dos números complejos, se suman sus componentes del mismo modo que se hace con los vectores en el plano.

Los secretos matemáticos de la "Biblioteca de los imposibles"

· Actividad para estudiantes

De camino al producto final, las/os guardianas/es de la "Biblioteca de los imposibles" han dejado tres enigmas ocultos entre sus estanterías.

Consigna

Leer con atención las situaciones y **descifrar los datos secretos** que permitirán restaurar el equilibrio entre lo real y lo imaginario.

1 · La llave del Portal de los ecos: en la "Biblioteca de los imposibles", la/el guardiana/án del Ala de los espejos, posee dos que tienen energía y abren portales distintos.

Las llaves tienen energías que las hacen mágicas, representadas por los números complejos: L1 = 2+3i y L2 = −1+5i.

Para abrir el Portal de los ecos, las energías deben sumarse.

¿Cuál es la energía total del portal?

2 · El tomo y el sello del silencio: una/un escriba intenta restaurar un tomo perdido cuya energía actual es: T1= 6+4i.

Pero, el sello antiguo que lo cubre tiene otra energía: T2 = 3+7i.

Para liberar el conocimiento del tomo, debe restar la energía del sello a la del libro.

¿Qué energía final tendrá el tomo?

3 · Las esferas de la resonancia: en el Salón de las constelaciones, dos esferas místicas giran en sincronía. Sus frecuencias mágicas se representan por los números complejos F1 = 2+i y F2 = 1−3i.

Cuando las esferas se alinean, sus frecuencias se multiplican, generando una nueva resonancia.

¿Cuál es la frecuencia resultante?

Elaboración del producto final

· Actividad para estudiantes

Tiempo estimado: dos o tres módulos de 40 minutos.

Hemos recorrido y conocido juntas/os un nuevo campo numérico: el de los números complejos. Ahora, llegó el momento de crear nuestro producto final.

Recuerden el contexto y el producto final a realizar

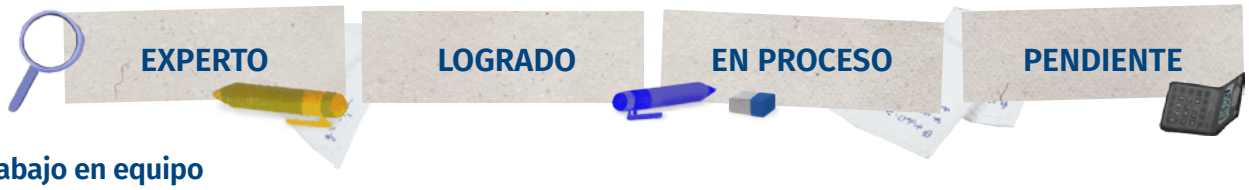
Ustedes ya forman parte de la "Biblioteca de los imposibles" de Leibniz, en el siglo XV. Su misión es, en este punto del recorrido, crear su propia biblioteca, en la que documenten la historia de los números imaginarios y complejos, combinando investigación, creatividad y análisis matemático.

Instrucciones finales

1. Revisen todas sus actividades anteriores y asegúrense de que las conclusiones estén registradas en la biblioteca.
2. Seleccionen el formato de presentación que más les guste (historieta o ensayo).
3. Integren todos los elementos obligatorios: reflexión, analogía y demostraciones.
4. Revisen ortografía, formato y claridad de los argumentos antes de entregar.
5. Entreguen el producto final como evidencia de su aprendizaje y comprensión de los números complejos.

RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Al comienzo de este proyecto y durante su desarrollo, se sugiere a la/al docente que socialice con el grupo de estudiantes cómo sería la modalidad de evaluación. Es importante analizar los criterios de evaluación de forma conjunta, docente y estudiantes, así como lo que compete a que esos criterios se concreten, de acuerdo con los niveles de comprensión establecidos. Es preciso, también, tener en cuenta que este instrumento será insumo para la retroalimentación formativa de cada grupo de estudiantes.



Trabajo en equipo

EXPERTO	LOGRADO	EN PROCESO	PENDIENTE
Colabora activamente, respeta las ideas de todos/as y contribuye significativamente al logro del producto final.	Colabora y participa, pero de manera parcial o limitada en algunas tareas.	Participa poco y contribuye de manera mínima al trabajo del equipo.	Necesita fortalecer la participación y la colaboración para aportar al logro del equipo.

Aplica operaciones con números complejos en forma binómica, justificando los pasos y representando los resultados en el plano complejo

EXPERTO	LOGRADO	EN PROCESO	PENDIENTE
Realiza todas las operaciones correctamente, con pasos claros y justificación matemática precisa.	Realiza la mayoría de operaciones correctamente, con pequeñas imprecisiones en los pasos o justificación.	Realiza algunas operaciones correctamente, con errores frecuentes o falta de justificación.	Aún requiere desarrollar habilidades para realizar operaciones y justificar los resultados de manera clara.

Presentación en tiempo y forma

EXPERTO	LOGRADO	EN PROCESO	PENDIENTE
Entrega el producto final completo, organizado, limpio y dentro del plazo establecido.	Entrega el producto final completo, pero con detalles de organización o presentación mejorables.	Entrega el producto incompleto o con problemas de organización; parcialmente dentro del plazo.	Requiere trabajar en la entrega organizada y a tiempo del producto final.

Desarrollo del equipo y roles

EXPERTO	LOGRADO	EN PROCESO	PENDIENTE
Los roles están claramente definidos, todos los miembros cumplen sus responsabilidades y el equipo funciona de manera eficiente.	Los roles están definidos, pero no siempre se cumplen de manera equitativa; el equipo funciona de manera general.	Roles poco claros o mal distribuidos; el equipo tiene dificultades para coordinarse.	Necesita definir roles y organizar mejor las responsabilidades dentro del equipo.

Originalidad y creatividad

EXPERTO	LOGRADO	EN PROCESO	PENDIENTE
Producto altamente original, creativo, con ideas innovadoras que muestran pensamiento crítico.	Producto con cierto grado de originalidad y creatividad; aporta ideas interesantes.	Producto con poca originalidad; ideas comunes o repetitivas.	Requiere desarrollar más ideas creativas y originales para enriquecer el producto.

Bibliografía

Berio, A. (2021). *Matemática 4*. Serie Logonautas. Puerto de Palos.

Córdoba. Ministerio de Educación. (2025). *Currículum Córdoba*. Disponible en https://curriculumcordoba.ar/

Córdoba. Ministerio de Educación. (2014a). *Fascículo 2: Estrategias de enseñanza e intervención*. En Serie MEJORA EN LOS APRENDIZAJES DE LENGUA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS.

Córdoba. Ministerio de Educación. (2014b). *Fascículo 4: Una propuesta desde el desarrollo de capacidades fundamentales. Matemática. Educación Inicial, Primaria y Secundaria*. En serie MEJORA EN LOS APRENDIZAJES DE LENGUA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS.

Córdoba. Ministerio de Educación. Secretaría de Estado de Educación. Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. (2014c). *Fascículo 10: Una propuesta desde el desarrollo de capacidades fundamentales. Matemática. Resolver problemas para aprender: producciones con información matemática*. En serie MEJORA EN LOS APRENDIZAJES DE LENGUA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS.

Córdoba. Ministerio de Educación. (2024a). *Educación STEAM Ampliada: Ciencias, Tecnologías, Ingenierías, Artes, Humanidades y Matemáticas. Desafíos y oportunidades*. Disponible en https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/SIDPyTE/publicaciones/2024/Ministerio-de-Educacion-Educacion-Steam-Ampliada.pdf

Córdoba. Ministerio de Educación. (2024b). *ESCUELA POSIBLE para el presente y el futuro: las capacidades fundamentales*. Disponible en https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/SIDPyTE/publicaciones/2024/Ministerio-de-Educacion-Escuela-Posible-para-el-Presente-y-el-Futuro.pdf

Córdoba. Ministerio de Educación. (2024c). *La ESCUELA POSIBLE: consolida logros y emprende la mejora*. Disponible en https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/SIDPyTE/publicaciones/2024/Ministerio-de-Educacion-La-Escuela-Posible.pdf

Córdoba. Ministerio de Educación. (2024). *Educación para el Desarrollo Sostenible. Saberes emergentes en el marco de la ESCUELA POSIBLE*. Disponible en https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/SIDPyTE/publicaciones/2024/Ministerio-de-Educacion-Educacion-para-el-Desarrollo-Sostenible.pdf

UNICEF, PLaNEA. (20219). *¿Cómo tomar mejores decisiones? Proyecto 1, 4.° año – Segundo ciclo nivel secundario*. Buenos Aires.

Tahan, M. (1991). *El hombre que calculaba*. Ediciones EDAF.

¿Qué sentido tiene imaginar algo que no se puede ver ni tocar?

MATEMÁTICA

4.° año · CICLO SUPERIOR · EDUCACIÓN SECUNDARIA

PLANEA | unicef

MINISTERIO DE EDUCACIÓN | Córdoba GOBIERNO DE LA PROVINCIA | Hacer para crecer